

UNIFEI - UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROVA DE CÁLCULO 1

PROVA DE TRANSFERÊNCIA INTERNA, EXTERNA E PARA
PORTADOR DE DIPLOMA DE CURSO SUPERIOR - 30/11/2014

CANDIDATO: _____

CURSO PRETENDIDO: _____

OBSERVAÇÕES:

1. Prova **SEM** consulta;
2. A prova **PODE** ser feita a lápis;
3. **PROIBIDO** o uso de calculadoras e similares;
4. Duração: **2 HORAS**.

Questão 1 (10 pontos). Seja a função $f(x) = \ln(x - 2)$, qual o conjunto solução da inequação $f(x) < 0$?

- a) $x < 3$ b) $0 < x < 3$ c) $2 < x < 3$ d) $x > 2$ e) $x > 3$

Resposta: c)

Questão 2 (10 pontos). Sabendo que a função

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+7}}{x-2}, & x \neq 2 \\ k, & x = 2 \end{cases}$$

é contínua, encontre o valor de k .

- a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{7}{5}$ d) $\frac{5}{7}$ e) 0

Resposta: a)

Questão 3 (10 pontos). Se $3x^2 + 2xy + y^2 = 2$, quanto vale $\frac{dy}{dx}$ em $x = 1$,

- a) -2 b) 0 c) 2 d) 4 e) $\#$

Resposta: e)

Questão 4 (10 pontos). Se $\frac{df(x)}{dx} = g(x)$ e $\frac{dg(x)}{dx} = f(x^2)$, então $\frac{d^2f(x^3)}{dx^2}$ vale

- a) $f(x^6)$ b) $g(x^3)$ c) $9x^4f(x^6) + 6xg(x^3)$ d) $6x^3g(x^3) + 3x^2f(x^3)$ e) $g(x^3)f(x^6)$

Resposta: c)

Questão 5 (10 pontos). Qual o valor de

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x^2 + 1} dx.$$

- a) $\frac{4-\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\ln(2)$ d) $\frac{1}{2}\ln(2)$ e) 1

Resposta: a)

Questão 6 (10 pontos). Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{sen}(x) \ln(x).$$

Resposta:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{sen}(x) \ln(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} x \ln(x)$$

Sabendo que

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = 1,$$

precisamos calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{\frac{1}{x}},$$

usando L'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -x = 0,$$

logo

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{sen}(x) \ln(x) = 0.$$

Questão 7 (10 pontos). Calcule $\frac{dy}{dx}$ sendo

$$y = \cosh\left(\operatorname{arcsen}\left(3^{x^2 \ln(x)}\right)\right)$$

Resposta:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sinh \left(\arcsen \left(3^{x^2 \ln(x)} \right) \right) 3^{x^2 \ln(x)} \ln 3 (x + 2x \ln(x))}{\sqrt{1 - 3^{2x^2 \ln(x)}}}$$

Questão 8 (10 pontos). Calcule

$$\int \frac{2}{x^2(x-1)} dx$$

Resposta:

$$2 \ln(x) + \frac{2}{x} + 2 \ln(|x-1|)$$

Questão 9 (10 pontos). Determine dois números positivos cuja soma seja 4 e tal que a soma do cubo do menor com o quadrado do maior seja mínima.

Resposta: Sejam x e y estes dois números, então temos

$$x + y = 4$$

e

$$f(x) = x^3 + y^2 = x^3 + (4-x)^2$$

o valor que procuramos é um ponto de mínimo positivo de f . Assim,

$$f'(x) = 3x^2 - 2(4-x) = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{3}.$$

Calculando, $f''(4/3) = 10$.

Logo, os número procuramos são $\frac{4}{3}$ e $\frac{8}{3}$.

Questão 10 (10 pontos). Determine a área delimitada pelos pontos do plano (x, y) , tais que $x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$.

Resposta: A área é dada por

$$\int_0^1 [\sqrt{x} - x^2] dx = \frac{1}{3}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMAÇÃO – PROVA DE TRANSFERÊNCIA - 2015a - Gabarito

1ª questão Considere o trecho de código abaixo onde duas somas são comparadas:

```
INTEIRO A, B, C, D
LEIA A, B, C, D
SE A + C = B + D
    ENTÃO ESCRIVE A, "+", C, ",", B, "+", C
    SENÃO SE A + B = C + D
        ENTÃO ESCRIVE A, "+", B, ",", C, "+", D
        SENÃO SE A + D = B + C
            ENTÃO ESCRIVE A, "+", B, ",", C, "+", D
FIM-SE
FIM-SE
```

Supondo que na leitura armazenaram-se os inteiros: 3, 5, 7 e 1, respectivamente em A, B, C e D. Escolha nas saídas abaixo impressas conforme indica o programa, qual corresponde a essa leitura:

(a) $3+7 = 5+1$ (b) $3+1 = 5+7$ (c) $3+5 = 1+7$ → (d) $3+5 = 7+1$

2ª questão Escolha o fragmento de programa entre os listados abaixo, escrito em pseudocódigo, responsável pela seguinte impressão de local e data, com conteúdos "Itajubá" e data de hoje, no penúltimo parágrafo de um documento no formato: *Itajubá, 2014 /30/Nov.*

(a) ESCRIVA Local, ",", DIA, "/", MÊS, "/", ANO, ""
(b) ESCRIVA Local, ",", MES, "/", DIA, "/", ANO, ""
→ (c) ESCRIVA Local, ",", ANO, "/", DIA, "/", MES, ""
(d) ESCRIVA Local, ",", ANO, "/", MÊS, "/", DIA, ""

3ª questão Observe abaixo um trecho de programa, escrito em pseudocódigo, onde se faz uma estatística das vogais "a" e "e" de um texto armazenado em um vetor de caracteres denominado T[], com 1025 posições, que tem o símbolo "#" como marca de final de arquivo:

```
QtdeA ← 0
QtdeE ← 0
i ← 1
ENQUANTO T[i] ≠ '#' FAÇA
    SE T[i] = 'a'
        ENTÃO QtdeA ← QtdeA + 1
    SENÃO SE T[i] = 'e'
        ENTÃO QtdeE ← QtdeE + 1
    FIM-SE
FIM-SE
i ← i + 1
FIM-ENQUANTO
```

Escolha a alternativa a seguir que representa a sequência de atualizações dos conteúdos das variáveis QtdeA e/ou QtdeE, para as primeiras 20 iterações do laço de repetição "ENQUANTO...FAÇA" verificando o seguinte texto armazenado em T[]: "prova de transferencia interna/externa 2015a#"

Obs.: símbolo "←" corresponde a atribuição, isto é, variável à esquerda recebe o valor apontado para ela.

→ (a) 1, 1, 2, 2, 3 (b) 3, 1, 2, 1, 2 (c) 2, 1, 2, 2, 2 (d) 1, 1, 1, 1, 2

4ª questão Considere um programa que mostra para o usuário os elementos da diagonal principal de uma matriz quadrada $M_{n \times n}$, sendo n a dimensão da matriz. Considerando que os elementos de uma matriz, com dimensões $k \times k$, foi armazenada em um arranjo bidimensional $A[1..N, 1..N]$, escolha a sequência correta de comandos para realizar a tarefa de impressão.

<p>(a) ESCREVE “<i>Diagonal principal:</i> ” $i \leftarrow 1$ ENQUANTO $i \leq k$ FAÇA $j \leftarrow k - i + 1$ ESCREVA $A[i, j]$, “ , ” $i \leftarrow i + 1$ FIM-ENQUANTO</p>	<p>(b) ESCREVE “<i>Diagonal principal:</i> ” PARA($i \leftarrow 1; i \leq k; i \leftarrow i + 1$) FAÇA PARA($j \leftarrow k - i; j \leq k; j \leftarrow j + 1$) FAÇA SE $i = j$ ESCREVA $A[i, j]$, “ , ” FIM-SE FIM-PARA FIM-PARA</p>
<p>→ (c) ESCREVE “<i>Diagonal principal:</i> ” $i \leftarrow 1$ ENQUANTO $i \leq k$ FAÇA ESCREVA $A[i, i]$, “ , ” $i \leftarrow i + 1$ FIM-ENQUANTO</p>	<p>(d) ESCREVE “<i>Diagonal principal:</i> ” PARA($i \leftarrow k; i \leq k; i \leftarrow i - 1$) FAÇA PARA($j \leftarrow k - i + 1; j \leq k; j \leftarrow j + 1$) FAÇA SE $i = j$ ESCREVA $A[i, j]$, “ , ” FIM-SE FIM-PARA FIM-PARA</p>

5ª questão Considere um programa que gerencia a conexão de usuários de um banco de negócios através da internet. Para acessar o cliente digita sua conta corrente, um número com 7 dígitos, e sua senha composta por 4 letras. Antes de transmitir os dados para o servidor do banco, o programa verifica se o número da conta é válido e depois criptografa o número e a senha para garantir a segurança no envio. Verifique nos fragmentos de código a seguir, qual deles realiza corretamente a verificação do número de conta, sabendo que o cálculo realizado efetua um produto do segundo com o quarto e quinto dígitos, contados da direita para esquerda e o compara com os dois primeiros da esquerda para direita. Por exemplo, a conta nº 1262513 é válida ($12 = 1 * 2 * 6$) enquanto a nº 1325624 recebe indicação de inválida ($13 \neq 2 * 5 * 2$). Obs.: todos os cálculos são efetuados com números inteiros.

<p>(a) $D12ed \leftarrow Conta / 100000$ $D2de \leftarrow (Conta - 100 * (Conta / 100)) / 100$ $D4de \leftarrow (Conta - 10000 * (Conta / 10000)) / 10000$ $D5de \leftarrow (Conta - 100000 * (Conta / 100000)) / 100000$ $PROD \leftarrow D2de * D4de * D5de$ SE $PROD \neq D12ed$ ENTÃO ESCREVA “Conta inválida” FIM-SE</p>	<p>→ (b) $D12ed \leftarrow Conta / 100000$ $D2de \leftarrow (Conta - 100 * (Conta / 100)) / 10$ $D4de \leftarrow (Conta - 10000 * (Conta / 10000)) / 1000$ $D5de \leftarrow (Conta - 100000 * (Conta / 100000)) / 10000$ $PROD \leftarrow D2de * D4de * D5de$ SE $PROD \neq D12ed$ ENTÃO ESCREVA “Conta inválida” FIM-SE</p>
<p>(c) $D12ed \leftarrow Conta / 1000000$ $D2de \leftarrow (Conta - 100 * (Conta / 100)) / 10$ $D4de \leftarrow (Conta - 10000 * (Conta / 10000)) / 10000$ $D5de \leftarrow Conta / 100000$ $PROD \leftarrow D2de * D4de * D5de$ SE $PROD \neq D12ed$ ENTÃO ESCREVA “Conta inválida” FIM-SE</p>	<p>(d) $D12ed \leftarrow Conta / 100000$ $D2de \leftarrow Conta / 100$ $D4de \leftarrow Conta / 10000$ $D5de \leftarrow Conta / 100000$ $PROD \leftarrow D2de * D4de * D5de$ SE $PROD \neq D12ed$ ENTÃO ESCREVA “Conta inválida” FIM-SE</p>

6ª questão Escreva um programa que armazene, via leitura, quatro números reais. Determina a média aritmética dos números lidos e, o menor valor lido. Concluindo o programa deve escrever a leitura e os resultados obtidos: "leitura: ", "média aritmética = ", e, "menor valor = ".

Programa-6

```

REAL A, B, C, D, Menor, Media
ESCREVA "digite quatro números reais"
LEIA A, B, C, D
Media  $\leftarrow$  (A+B+C+D)/4
Menor  $\leftarrow$  A
SE B < Menor
    ENTÃO Menor  $\leftarrow$  B
FIM- SE
SE C < Menor
    ENTÃO Menor  $\leftarrow$  C
FIM- SE
SE D < Menor
    ENTÃO Menor  $\leftarrow$  D
FIM- SE
ESCREVA "leitura: ", A, ", ", B, ", ", C, ", ", D
ESCREVA "média = ", Media
ESCREVA "menor valor = ", Menor
FIM Programa-6

```

7ª questão Escreva um fragmento de código para um programa que leu e armazenou o nome completo de uma pessoa em um vetor de caracteres, Vet[], de 1025 posições e, deverá escrever o nome dessa pessoa no seguinte formato: último sobrenome seguido por uma vírgula e pelas iniciais dos primeiros nomes ou sobrenomes seguidos por um ponto. Por exemplo, *Theodomiro Carneiro Santiago* deverá ser escrito como *Santiago, T.C.* Sabendo que ao armazenar o nome completo, cada nome ou sobrenome foi separado por um só espaço em branco (representado por "\$") e logo após o ultimo sobrenome foi colocado o símbolo "#" para sinalizar o final do registro.

```

...
k  $\leftarrow$  1
QtdeAnt  $\leftarrow$  0
ENQUANTO (Vet[k]  $\neq$  '#') FAÇA
    SE Vet[k] = '$'
        ENTÃO ultBranco  $\leftarrow$  k
        QtdeAnt  $\leftarrow$  QtdeAnt + 1
    FIM- SE
    k  $\leftarrow$  k + 1
FIM- ENQUANTO
k  $\leftarrow$  ultBranco+1
ESCREVA "Nome: "
ENQUANTO (Vet[k]  $\neq$  '#') FAÇA
    ESCREVA Vet[k]
    k  $\leftarrow$  k + 1
FIM- ENQUANTO
ESCREVA " , ", Vet[1], " ."
QtdeAnt  $\leftarrow$  QtdeAnt - 1
k  $\leftarrow$  2
ENQUANTO (QtdeAnt > 0) FAÇA
    ENQUANTO (Vet[k]  $\neq$  '$') FAÇA
        k  $\leftarrow$  k+1
    FIM- ENQUANTO
    k  $\leftarrow$  k+1
    ESCREVA " ", Vet[k], " ."
    QtdeAnt  $\leftarrow$  QtdeAnt - 1
FIM- ENQUANTO

```

8ª questão Dizemos que um número inteiro positivo n é *perfeito* se for igual à soma de seus divisores positivos diferentes de n . Exemplo: 6 é *perfeito*, pois $1+2+3=6$. Escreva um programa que lê um número inteiro e positivo N , verifica e diz se é, ou não, *perfeito*.

```
Programa-8  
INTEIRO N, soma, divisor, resto  
FAÇA  
  ESCREVA “digite um número inteiro positivo”  
  LEIA N  
  ENQUANTO (N < 0)  
    soma ← 0  
    divisor ← 1  
    ENQUANTO divisor < N FAÇA  
      resto ← N – divisor * (N/divisor)  
      SE resto = 0  
        ENTÃO soma ← soma + divisor  
      FIM- SE  
      divisor ← divisor + 1  
    FIM- ENQUANTO  
    SE soma = N  
      ENTÃO ESCREVA n, “é perfeito!”  
      SENÃO ESCREVA n, “não é perfeito”  
    FIM-SE  
FIM Programa-8
```

9ª questão Escreva um programa que lê uma sequência de N números inteiros positivos (obs.: valor de N é digitado pelo usuário antes da sequência e $N \leq 25$), armazenando-a em um vetor de inteiros, depois calcula e mostra o produto dos números armazenados nas posições que são múltiplos de 3. Exemplo: para $N = 8$, a sequência armazenada $A = \{7, 3, 5, 4, 2, 7, 1, 3\}$, apresenta: $PROD = A[3]*A[6] = 5*7 = 35$.

```
Programa-9  
INTEIRO N, k, A[25], produto, resto  
FAÇA  
  ESCREVA “digite a quantidade de números (N ≤ 25)”  
  LEIA N  
  ENQUANTO (N < 0 OU N > 25)  
    produto ← 1  
    k ← 1  
    ENQUANTO k ≤ N FAÇA  
      ESCREVA “digite o”, k, “número:”  
      LEIA A[k]  
      resto ← k – 3 * (k/3)  
      SE resto = 0  
        ENTÃO produto ← produto * A[k]  
      FIM- SE  
      k ← k + 1  
    FIM- ENQUANTO  
    ESCREVA “Produto das posições de múltiplos de 3, P = ”, produto  
FIM Programa-9
```


10ª questão Escreva um fragmento de código que realiza a criptografia do numero de conta, armazenado nas primeiras 7 posições do vetor de caracteres "Dados[]", que tem 12 posições e, da senha, armazenada nas 4 posições seguintes, para o programa de controle de acesso via internet, proposto na 5ª questão. Sabendo que a transcrição dos dados é feita com a troca de alguns caracteres e números das informações conforme a tabela de equivalências:

Símbolo	A	E	I	1	2	3
Trocar por	1	2	3	X	Y	Z

Deve-se observar que os dados enviados no acesso sempre tem ao menos um dos caracteres previstos nas trocas da tabela tanto para os números de conta (7 números) quanto para senhas (4 letras).

```

...
k ← 1
ENQUANTO k < 7 FAÇA
  SE Dados[k] = '1'
    ENTÃO Dados[k] ← 'X'
  SENÃO SE Dados[k] = '2'
    ENTÃO Dados[k] ← 'Y'
  SENÃO SE Dados[k] = '3'
    ENTÃO Dados[k] ← 'Z'
  FIM- SE
FIM- SE
k ← k + 1
FIM- ENQUANTO
ENQUANTO k < 11 FAÇA
  SE Dados[k] = 'A'
    ENTÃO Dados[k] ← '1'
  SENÃO SE Dados[k] = 'E'
    ENTÃO Dados[k] ← '2'
  SENÃO SE Dados[k] = 'I'
    ENTÃO Dados[k] ← '3'
  FIM- SE
FIM- SE
k ← k + 1
FIM- ENQUANTO
...

```